Inspectoratul Şcolar al Judeţului Galaţi

Societatea de Ştiinţe Matematice din România — **Colegiul Naţional „Vasile Alecsandri”**

Filiala Galaţi — **str. Nicolae Bălcescu, nr. 41, Galaţi**

Concursul Interjudeţean de Matematică „Cristian S. Calude”

ediţia a XV-a

Galaţi, 25 octombrie 2014

Clasa a VIII -a

Problema 1.

a) Determinaţi valorile reale ale lui x pentru care avem $\frac{5-|x-3|}{|x-2|}\geq 0$.

b) Să se demonstreze că $E=\sqrt{x^2+y^2+4\cdot x+4}+\sqrt{x^2+y^2-6\cdot x-2\cdot y+10}$ are valoare constantă dacă $x\in[-2;3]$ şi $x-5\cdot y+2=0$.

Problema 2.

a) Fie $ABCD$ un patrulater convex cu unghiurile $\sphericalangle BAD$ şi $\sphericalangle BCD$ suplementare. Pe semidreapta opusă semidreptei $(DC$ se consideră punctul E astfel încât $\sphericalangle DAE\equiv\sphericalangle BAC$.

Să se demonstreze:

i. $AB\cdot EC=AC\cdot BD$

ii. $AC\cdot BD=AB\cdot CD+BC\cdot AD$

b) Fie O centrul cercului circumscris unui triunghi ascuţitunghic ΔABC; A',B',C' mijloacele laturilor $[BC],[CA],$ respectiv $[AB]$, iar A'',B'',C'' punctele de intersecţie dintre semidreptele $[OA'$, $[OB'$, respectiv $[OC'$ cu cercul circumscris triunghiului ΔABC.

Să se arate că $A'A''+B'B''+C'C''=\frac{A_{[A''BC]}+A_{[B''CA]}+A_{[C''AB]}}{p}+R$, unde R este raza cercului circumscris triunghiului ΔABC, p este semiperimetrul triunghiului ΔABC, iar prin $A_{[XZY]}$ înţelegem aria triunghiului ΔXZY.

Problema 3.

Să se demonstreze că pentru orice număr prim p, numărul $\underbrace{11...1}_{p\ ori}\underbrace{22...2}_{p\ ori}\underbrace{33...3}_{p\ ori}...\underbrace{99...9}_{p\ ori}-123456789$ se divide prin p.

Notă. Toate subiectele sunt obligatorii.

Pentru fiecare subiect se acordă maximum 7 puncte.

Nu se acordă nici un punct din oficiu. Fiecare teză va fi evaluată cu un punctaj de la 0 la 21 puncte.

Timp de lucru : 2 ore, 30 minute